



۱- فرض کنید $u = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{a, e\}$ و $B = \{b, c\}$ ؛ حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) A' ب) B' پ) $A \cap B'$ ت) $A' \cup B$ ث) $A - B'$

۲- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

الف) $W - N$ ب) $R \cap Q'$ پ) $Z \cap W$ ت) $Q' \cap Z$

۳- بین ۱۲ و ۵۲ چهار عدد طوری قرار دهید که اعداد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی حسابی بدهند.

۴- مجموعه‌های زیر را بدست آورده و متناهی یا نامتناهی بودن هر کدام را مشخص کنید.

$A = [-۳, +۵)$ $B = (-\infty, ۳]$ $C = [۳, +\infty)$ $D = (-\infty, ۵]$

الف) $A \cap B$ ب) $A \cup B$ پ) $B - C$

ت) $D \cup B$ ث) $D - B$ ج) $B \cup C$

۵- مجموعه‌های $R - (-1, 1)$ و $R - [0, 1)$ را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۶- اگر $n(A) = ۱۰$ و $n(A \cap B) = ۳$ و $n(A \cup B) = ۱۴$ باشد، آنگاه $n(B)$ را بدست آورید؟

۷- اگر جملات سوم و هفتم یک الگوی خطی برابر با ۸ و ۲۸ باشند، چندمین جمله‌ی این الگو برابر با ۵۳ خواهد بود؟

۸- در یک الگوی خطی جملات دهم و سیزدهم به ترتیب برابرند با $\frac{۷}{۴}$ و ۵. جمله نوزدهم این الگو را بیابید.



۹- در یک کلاس ۳۱ نفری، تعداد ۱۴ نفر از دانش‌آموزان عضو گروه سرود و ۱۹ نفر آنها عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند، مطلوب است:
 الف) تعداد دانش‌آموزانی که فقط عضو گروه سرودند.
 ب) تعداد دانش‌آموزانی که عضو هیچ‌یک از این دو گروه نیستند.

۱۰- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع سه جمله اول ۳۳ و مجموع سه جمله دوم ۶۰ است؛ جمله عمومی این دنباله را بیابید.

۱۱- حاصل هر یک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آنها روی یک محور به دست آورید.
 الف) $(-۳, ۰) \cup (-۲, ۵)$ ب) $(-\infty, ۶] \cap (۲, ۹)$
 پ) $(۳, +\infty) \cap (۶, ۱۰)$ ت) $(-\infty, ۱) \cup [۱, +\infty)$
 ث) $(۳, +\infty) - [۲, ۴)$ ج) $[۲, ۴) - (۳, +\infty)$

۱۲- بین اعداد ۱۲ و ۱۹۲ سه واسطه هندسی درج کنید.

۱۳- مجموع جمله‌های اول و چهارم یک دنباله هندسی ۵۶ و مجموع جمله‌های دوم و سوم آن ۲۴ است. دنباله را مشخص کنید.

۱۴- در دنباله‌ی $۰, ۱۵, ۱۸, ۲۱, \dots$ چندمین جمله دنباله است؟

۱۵- فرض کنیم A و B زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشد بطوریکه $n(u) = ۱۲۰$ ، $n(A) = ۷۵$ ، $n(B) = ۵۰$ ، $n(A \cap B) = ۳۵$ مطلوب است:

الف) $n(A \cup B)$ ب) $n(A \cap B')$
 پ) $n(A' \cap B)$ ت) $n(A' \cap B')$

پاسخنامه تشریحی

- ۱

اگر M مجموعه مرجع باشد متمم مجموعه A را به صورت $M - A$ تعریف می‌کنیم و با A' نشان می‌دهیم.

الف) $A' = \{b, c, d\}$

ب) $B' = \{a, d, e\}$

پ) $A \cap B' = \{a, e\} \cap \{a, d, e\} = \{a, e\}$

ت) $A' \cup B = \{b, c, d\} \cup \{b, c\} = \{b, c, d\}$

ث) $A - B' = \{a, e\} - \{a, d, e\} = \emptyset$

۲ - باتوجه به مجموعه‌های اعداد داریم:

$$N = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0 \right\}$$

مجموعه اعدادی که نمی‌توان آن‌ها را به صورت نسبت دو عدد صحیح نشان داد

$$R = Q \cup Q'$$

الف) $\{0\}$ ب) Q' پ) $W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ت) \emptyset یا $\{\}$

- ۳

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d , جمله ی اول دنباله: a_1

$$12, \dots, \dots, \dots, \dots, 52$$

$$a_1 \qquad \qquad \qquad a_6$$

$$a_6 = a_1 + 5d \Rightarrow 52 = 12 + 5d \Rightarrow 40 = 5d \Rightarrow d = 8$$

$$12, 20, 28, 36, 44, 52$$

- ۴

الف) نامتناهی $A \cap B = [-3, 3]$

ب) نامتناهی $A \cup B = (-\infty, 5)$

پ) نامتناهی $B - C = (-\infty, 3)$

ت) نامتناهی $D \cup B = (-\infty, 5]$

ث) نامتناهی $D - B = (3, 5]$

ج) نامتناهی $B \cup C = (-\infty, +\infty) = R$

- ۵

الف) $R - [0, 1) = (-\infty, 0) \cup [1, +\infty)$

ب) $R - (-1, 1) = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

۶ - طبق رابطه ی تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه داریم:



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$14 = 10 + n(B) - 3 \Rightarrow n(B) = 14 - 10 + 3 = 7$$

$$\begin{cases} a_3 = 3a + b = 8 \\ a_7 = 7a + b = 28 \end{cases}$$

$$4a = 20 \Rightarrow a = 5$$

$$3 \times 5 + b = 8 \Rightarrow 15 + b = 8 \Rightarrow b = -7$$

$$a_n = 5n - 7$$

$$\Rightarrow 5n - 7 = 53 \Rightarrow 5n = 60 \Rightarrow n = 12 \text{ دوازدهمین جمله } 12$$

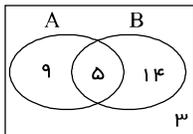
$$\begin{cases} a_{10} = 10a + b = \frac{7}{2} \\ a_{13} = 13a + b = \frac{10}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -10a - b = -\frac{7}{2} \\ 13a + b = \frac{10}{2} \end{cases}$$

$$3a = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \rightarrow 13 \times \frac{1}{2} + b = \frac{10}{2} \Rightarrow \frac{13}{2} + b = \frac{10}{2} \rightarrow b = \frac{-3}{2}$$

$$a_{19} = 19 \times \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\text{فقط سرود } n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 5 = 9$$

$$\text{فقط تئاتر } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 5 = 14$$



$$\text{الف) } n(A - B) = 9$$

$$\text{ب) } n(U) - n(A \cup B) = 31 - (9 + 5 + 14) = 31 - 28 = 3$$

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

قدر نسبت: d , جمله ی اول دنباله: a_1

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 3a_1 + 3d = 33$$

$$3a_1 + 3d = 33 \Rightarrow 3(a_1 + d) = 33 \Rightarrow a_1 + d = 11$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 = a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d =$$

$$3a_1 + 12d = 60 \Rightarrow 3(a_1 + 4d) = 3 \times 20 \Rightarrow a_1 + 4d = 20$$

$$\begin{cases} a_1 + d = 11 \\ a_1 + 4d = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a_1 - d = -11 \\ a_1 + 4d = 20 \end{cases}$$

۷- جمله ی عمومی دنباله الگوی خطی به فرم $an + b$ می باشد

۸- جمله ی عمومی دنباله الگوی خطی به فرم $a_n + b$ می باشد

باتوجه به a و b جمله نوزدهم را بدست می آوریم:

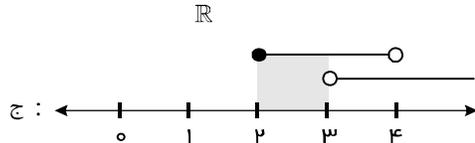
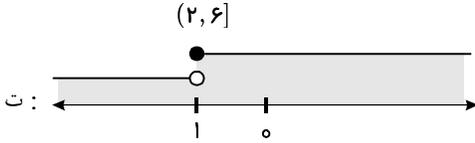
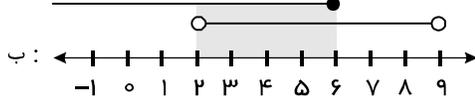
$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \text{ می دانیم:}$$

اگر گروه سرود را A و گروه تئاتر را B بنامیم، داریم:

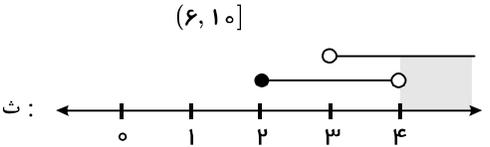
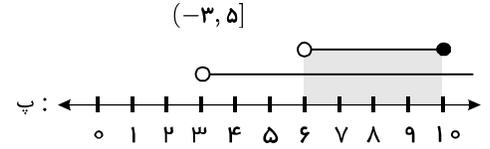
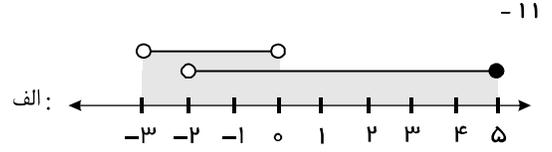
$$3d = 9 \Rightarrow d = 3$$

$$a_1 + 3 = 11 \Rightarrow a_1 = 8$$

$$a_n = 8 + (n - 1) \times 3 = 3n - 3 + 8 = 3n + 5$$



$$[2, 3]$$



$$[4, +\infty)$$

- 11

- 12

جمله عمومی دنباله هندسی

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

قدر نسبت : r , جمله اول دنباله : a_1

$$12, \circ, \circ, \circ, 192$$

$$a_1 \quad a_5$$

$$a_1 = 12$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 192$$

$$12 \times r^4 = 192$$

$$r^4 = \frac{192}{12} = 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r = 2 \Rightarrow 12, 24, 48, 96, 192 \\ r = -2 \Rightarrow 12, -24, 48, -96, 192 \end{cases}$$

- 13

$$a_1 + a_4 = 56 \Rightarrow a + ar^3 = 56 \Rightarrow a(1 + r^3) = 56$$

$$a_2 + a_3 = 24 \Rightarrow ar + ar^2 = 24 \Rightarrow ar(1 + r) = 24$$

$$\frac{a(1 + r^3)}{ar(1 + r)} = \frac{56}{24} \xrightarrow{\text{مكعبات}} \frac{(1+r)(1-r+r^2)}{r(1+r)} \xrightarrow{\text{اتحاد تقاضل}}$$

$$\Rightarrow 3r^2 - 10r + 3 = 0 \xrightarrow{\text{حل معادله درجه 2}} r = 3, \frac{1}{3}$$

$$\text{حالت اول : } r = \frac{1}{3} \Rightarrow a\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = 24 \Rightarrow a = 54 \Rightarrow a_n = 54\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$\text{حالت دوم : } r = 3 \Rightarrow a(3)(4) = 24 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow a_n = 2(3)^{n-1}$$

- 14

جمله ی عمومی دنباله ی حسابی

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

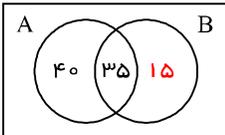
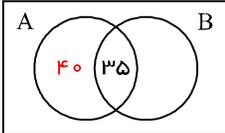
قدر نسبت: d ، جمله ی اول دنباله: a_1

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 21 \\ d = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a_n = a_1 + (n - 1)d = 21 + (n - 1) \times -3 = 21 - 3n + 3 = 24 - 3n \\ a_n < 0 \Rightarrow 24 - 3n < 0 \Rightarrow 24 < 3n \xrightarrow{\div 3} 8 < n \end{array}$$

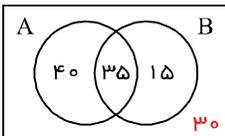
از جمله هشتم به بعد دنباله منفی می شود، یعنی اولین جمله منفی دنباله نهمین جمله آن است $n > 8 \Rightarrow n \geq 9$

۱۵ - با توجه به نمودار ون داریم:

۱- از آنجا که $n(A) = 75$ است و $n(A \cap B) = 35$ نتیجه می گیریم که A ، ۴۰ عضو دارد که در $(A \cap B)$ نیست.

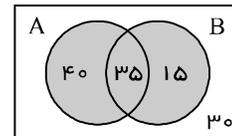


۲- با استدلال مشابه برای B داریم:

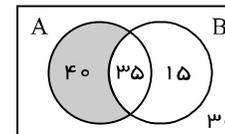


۳- از $40 + 35 + 15 = 90$ و $n(u) = 120$ نتیجه می گیریم ۳۰ عضو مجموعه ی مرجع در هیچ یک از مجموعه های A و B یا اکثرشان نیستند.

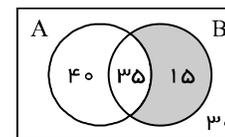
با توجه به نمودار ون:



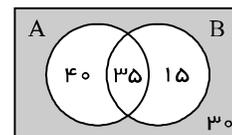
الف) $A \cup B$



ب) $A \cap B'$



پ) $A' \cap B$



ت) $A' \cap B'$

الف) $n(A \cup B) = 90$

ب) $n(A \cap B') = 40$

پ) $n(A' \cap B) = 15$

ت) $n(A' \cap B') = 30$