



آرمین بلغار

تاریخ آزمون:

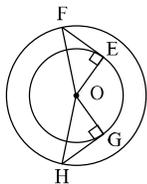
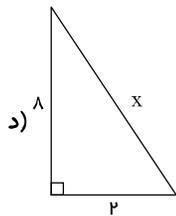
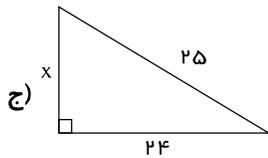
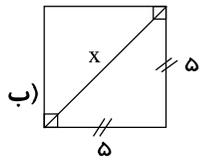
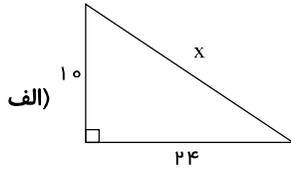
زمان برگزاری: ۷۵ دقیقه

کد اجرا: ۸۶۱

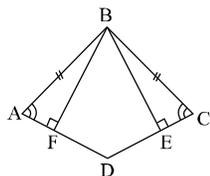
نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: ریاضی هشتم فصل ۶

۱- مقدار  $x$  را بدست آورید.



۲- در شکل مقابل نقطه  $O$  مرکز دو دایره است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث  $\triangle OGH$  و  $\triangle OEF$  را بنویسید.



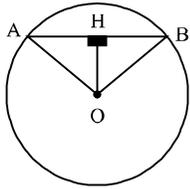
۳- دو مثلث  $ABF$  و  $BEC$  به چه حالتی هم‌نهشت اند؟

۴- جای خالی را پر کنید.

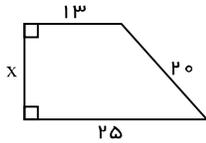
(الف) اگر ..... و زاویه تند دو مثلث قائم‌الزاویه با هم برابر باشند، آن دو مثلث هم‌نهشت‌اند.

(ب) در هر مثلث ..... ارتفاع وارد بر قاعده همان نیمساز است.

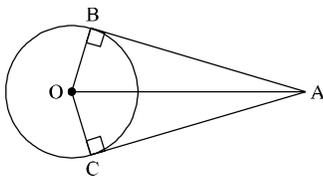
۵- پاره خطی به طول  $\sqrt{10}$  رسم کنید.



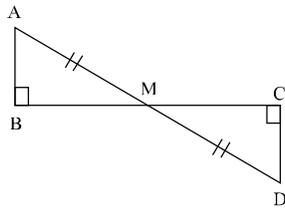
۶- در شکل روبه رو ثابت کنید دو مثلث  $AOH$  و  $BOH$  هم نهشت هستند.



۷- مقدار  $x$  را به دست آورید.



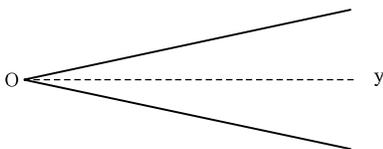
۸- در شکل مقابل چرا دو مثلث  $OAB$  و  $OAC$  هم نهشت هستند؟



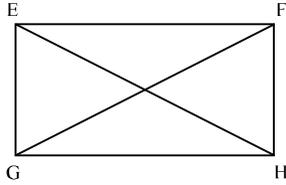
۹- الف) چرا دو مثلث  $ABM$  و  $CDM$  هم نهشت هستند؟ (کدام حالت؟) ( $M$  وسط  $AD$  است)  
 ب) مثلث  $ABM$  با چه تبدیلی بر مثلث  $CDM$  منطبق می شود؟ دوران  $O$     تقارن  $O$     انتقال  $O$

۱۰- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ارتفاع وارد بر قاعده رسم شده دلیل همنهشتی دو مثلث را بیان کنید. (اجزاء متناظر را بنویسید.)

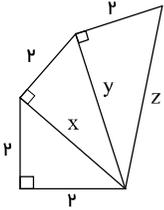
۱۱- در شکل مقابل  $OY$  نیمساز زاویه  $O$  است. نشان دهید هر نقطه روی نیمساز از هر دو ضلع به یک فاصله است.



۱۲ - ثابت کنید در مستطیل قطرها با هم برابرند.

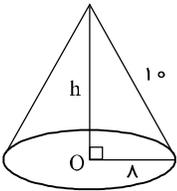


۱۳ - در شکل زیر  $x$  و  $y$  و  $z$  کدام است؟



۱۴ - اگر قطر بزرگ و کوچک لوزی ۱۶ و ۱۲ باشد. اندازه هر ضلع آن را به دست آورید.

۱۵ - شکل زیر مخروط است. ارتفاع مخروط ( $h$ ) را به دست آورید.



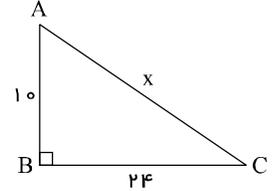
۱۶ - نسبت طول ضلع‌های زاویه قائمه در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ۲ به ۳ است. اگر مساحت مثلث ۲۷ باشد، طول وتر را به دست آورید.

## پاسخنامه تشریحی

- ۱

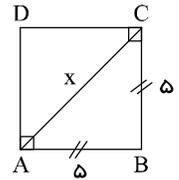
الف)  $\triangle ABC$ :  $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow x^2 = 10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676$

$x^2 = 676 \Rightarrow x = \sqrt{676} = 26$



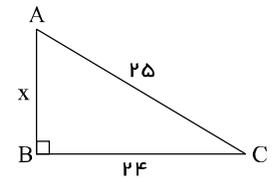
ب)  $\triangle ABC$ :  $AC^2 = BC^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 + 5^2 \Rightarrow x^2 = 25 + 25$

$x^2 = 50 \Rightarrow x = \sqrt{50}$

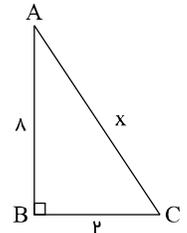


ج)  $\triangle ABC$ :  $AC^2 = BC^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 + 24^2 = 25^2 \Rightarrow x^2 = 625 - 576$

$x^2 = 49 \Rightarrow x = \sqrt{49}$



د)  $\triangle ABC$ :  $AC^2 = BC^2 + AB^2 \Rightarrow x^2 = 8^2 + 2^2 = 64 + 4 \Rightarrow x^2 = 68 \Rightarrow x = \sqrt{68}$



- ۲

پاسخ:

دو زاویه E و F قائمه هستند، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{G} = 90^\circ \\ \overline{OE} = \overline{OG} \text{ شعاع دایره کوچک} \\ \overline{OF} = \overline{OH} \text{ شعاع دایره بزرگ} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک ضلع)}} \triangle OEF \cong \triangle OGH \text{ (به حالت)}$$

۳ - پاسخ:

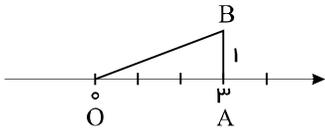
$$\left. \begin{array}{l} \hat{BFA} = \hat{BEC} = 90^\circ \\ \overline{BC} = \overline{AB} \text{ طبق فرض} \\ \hat{F} = \hat{E} \text{ طبق شکل} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(وتر و یک زاویه)}} \triangle FBA \cong \triangle BCE \text{ (به حالت)}$$

۴ - الف) وتر

ب) متساوی الساقین

نکته: در مثلث متساوی الساقین میانه، عمود منصف، نیمساز و ارتفاع وارد بر قاعده بر هم منطبق هستند.

۵ - ابتدا OA را به اندازه‌ی ۳ رسم می‌کنیم و سپس از A با اندازه‌ی ۱ واحد عمود بر OA بالا آمده B می‌نامیم.



$$OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow OB^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

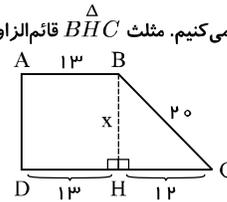
$$OB = \sqrt{10}$$

سپس پاره خط  $OB$  رسم شده  $\sqrt{10}$  است.

- ۶

$\left. \begin{array}{l} \hat{OHA} = \hat{HB} = 90^\circ \\ \text{ضلع مشترک } OH \\ \text{شعاع دایره } OA = OB \end{array} \right\} \Rightarrow$  دو مثلث در حالت وتر و یک ضلع هم نهشت‌اند

۷ - ارتفاع دوزنقه را رسم می‌کنیم. مثلث  $BHC$  قائم‌الزاویه است و  $ABHD$  مستطیل است، پس  $BH = AD = x$  است.



$$\triangle BHC : BC^2 = BH^2 + HC^2 \Rightarrow x^2 + 12^2 = 20^2$$

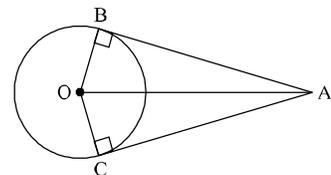
$$x^2 + 144 = 400$$

$$x^2 = 400 - 144 = 256$$

$$x = \sqrt{256} = 16$$

- ۸

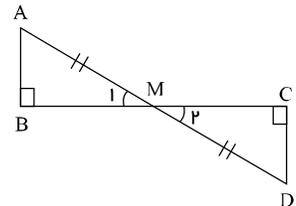
$\left. \begin{array}{l} B = C = 90^\circ \\ \text{ضلع مشترک } OA \\ \text{شعاع دایره } OB = OC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OAC$ 
  
 در حالت وتر و یک ضلع



۹ - الف) دو مثلث قائم‌الزاویه در حالت وتر و یک زاویه هم نهشت‌اند.

بنابر حالت وتر و یک زاویه

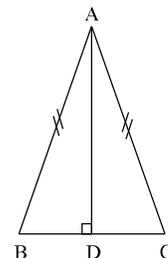
$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ \\ AM = MD \\ \hat{AMB} = \hat{CMD} \text{ متقابل به رأس} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle CMD$



ب) دوران  $180^\circ$  درجه‌ای حول نقطه  $M$

- ۱۰

$\left. \begin{array}{l} \text{مثلث متساوی الساقین } AB = AC \\ \text{ضلع مشترک } AD \\ \hat{ADB} = \hat{ADC} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$  در حالت وتر و یک ضلع دو مثلث  $ACD, ABD$  هم نهشت هستند

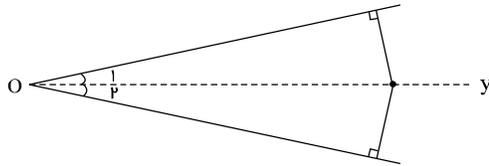


در دو مثلث هم نهشت هم اضلاع و زوایای متناظر برابرند؛ پس داریم:

$$BD = CD, \hat{BAD} = \hat{CAD} \text{ : اجزای متناظر}$$

۱۱ - نکته: فاصله هر نقطه از یک خط، طول پاره خطی است که از آن نقطه به آن خط عمود می‌شود.

فرض کنید نقطه دلخواهی روی نیمساز زاویه است. داریم:

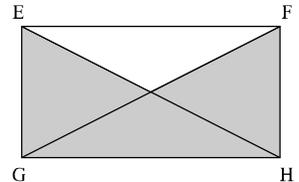


$\left. \begin{array}{l} \overline{ON} = \overline{ON} \text{ مشترک} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ وتر و یک زاویه تند} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{به حالت}} \triangle OAN \cong \triangle OBN$   
 اجزای متناظر  $\rightarrow \overline{AN} = \overline{BN}$

۱۲ - برای اثبات برابری قطرها می‌توانیم از هم‌نهستی مثلث‌ها استفاده کنیم.

در دو مثلث  $FGH$  و  $EHG$  داریم:

$\left. \begin{array}{l} \overline{GH} \text{ مشترک} \\ \hat{H} = \hat{G} = 90^\circ \\ \overline{EG} = \overline{FH} \text{ عرض مستطیل} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض. ز. ض)}} \triangle EHG \cong \triangle FGH$



اجزای متناظر  $\rightarrow \overline{FG} = \overline{EH} \Rightarrow$  قطرها در مستطیل باهم برابرند

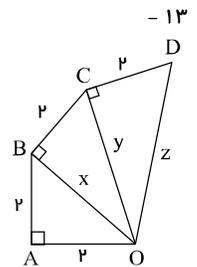
$$\triangle OAB: OB^2 = OA^2 + AB^2 \Rightarrow 2^2 + 2^2 = x^2 \Rightarrow 4 + 4 = x^2$$

$$8 = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{8}$$

$$\triangle OBC: OC^2 = OB^2 + BC^2 \Rightarrow 2^2 + x^2 = y^2 \Rightarrow 4 + (\sqrt{8})^2 = y^2 \Rightarrow 4 + 8 = y^2$$

$$12 = y^2 \Rightarrow y = \sqrt{12}$$

$$\triangle OCD: OD^2 = OC^2 + CD^2 \Rightarrow 2^2 + (\sqrt{12})^2 = z^2 \Rightarrow 4 + 12 = z^2 \Rightarrow 16 = z^2 \Rightarrow z = 4$$



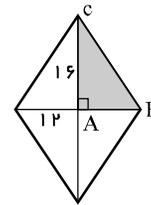
۱۴ - نکته: در لوزی، قطرها همدیگر را نصف می‌کنند و بر هم عمودند.

$$AC = 16 \div 2 = 8$$

$$AB = 12 \div 2 = 6$$

$$\triangle ABC: BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow (BC)^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow BC = 10 \text{ سانتی متر}$$



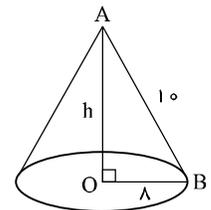
۱۵ - از رأس مخروط به قاعده خطی عمود می‌کنیم. خط مورد نظر ارتفاع مخروط است که در نقطه O مرکز قاعده منطبق است. ارتفاع، شعاع دایره و بال مخروط تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه را می‌دهند، پس؛ داریم:

قائم‌الزاویه را می‌دهند، پس؛ داریم:

$$\triangle OAB: AB^2 = OB^2 + OA^2 \Rightarrow h^2 + 8^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow h^2 + 64 = 100 \Rightarrow h^2 = 36$$

$$h = 6$$



$$\text{مساحت} = \frac{AB \times AC}{2} = 27 = \frac{2x \times 3x}{2} = 3x^2$$

$$27 = 3x^2 \Rightarrow 9 = x^2 \Rightarrow 3 = x$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$$

$$BC = \sqrt{117}$$

