



آرمین بلغار

تاریخ آزمون:

زمان برگزاری: ۷۰ دقیقه

کد اجرا: ۹۱۱

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: فصل ۱ نهم

۱- اگر دو تاس را پرتاب کنیم، احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده دو رقمی باشد، $\frac{1}{6}$ است.

درست نادرست

۲- مجموعه‌های زیر را با عدد بنویسید.

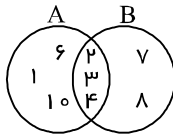
$$A = \left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, -7 < x < 4 \right\}$$

$$B = \{2^x \mid x \in \mathbb{N}, x > 0\}$$

$$C = \left\{ x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{12}{x} \in \mathbb{N} \right\}$$

$$D = \{5x - 2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

۳- با توجه به نمودار درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با علامت \checkmark و \times مشخص کنید.



الف) $B - A = \{7, 8\}$

ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

ج) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 6, 7\}$

د) $n(A \cup B) = 8$

ه) $A - B = B - A$

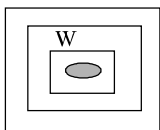
و) $n(A - B) = n(B - A)$

۴- با توجه به شرط متمایز بودن عضوهای یک مجموعه جاهای خالی را پر کنید:

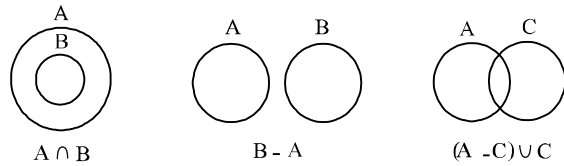
الف) به جای $B = \{a, b, a, b\}$ باید بنویسیم

ب) به دلیل تکراری بودن عضو در $A = \{1, 2, e, e, 3\}$ باید آن را به صورت بنویسیم.

۵- نمودار روبه‌رو وضعیت مجموعه‌های $\mathbb{Q}, \mathbb{W}, \mathbb{N}$ و \mathbb{Z} را نسبت به هم نشان می‌دهد؛ آنها را نام‌گذاری و با علامت \subseteq با هم مقایسه کنید.



۶- در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



۷- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید.

(۱) B (۲) A (۳) اجتماع (۴) زیرمجموعه (۵) $(A \cup B)$

(الف) اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه همان دو مجموعه است.

(ب) هر یک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه است.

(ج) اشتراک دو مجموعه A و B هر یک از دو مجموعه A و B است.

(د) مجموعه $A - B$ زیرمجموعه مجموعه است.

(ه) اجتماع دو مجموعه $(A \cap B)$ ، $(B - A)$ با مجموعه مساوی است.

۸- چند زیرمجموعه از مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ وجود دارد که b را داشته باشد، اما f در آن‌ها نباشد؟

۹- با توجه به شرط‌های زیر، عدد اصلی (تعداد اعضای B) چند است؟

$$n(A) = 8$$

$$n(A \cup B) = 18$$

$$n(A \cap B) = 2$$

۱۰- مجموعه $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از مجموعه‌های زیر با هم برابرند؟

$$B = \{x \mid x \in A, x^2 \leq 4\}$$

$$C = \{x \mid x \in A, -2 \leq x \leq 2\}$$

$$D = \{x \mid x \in A, x^2 = 1\}$$

۱۱ - جای خالی را با مقدار صحیح کامل کنید.

$$\{4, -5, \dots\} = \left\{5, \frac{-12}{-3}, -\sqrt{25}\right\}$$

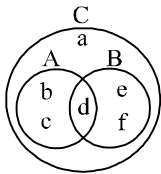
۱۲ - در هر قسمت مقادیر مجهول را بیابید.

الف) $\{a, 4, 7\} = \{11, b, 4\}$

ب) $\{x + y, 7\} = \{11, 3x - 2\}$

۱۳ - مجموعه A دارای 4^y زیرمجموعه است. بنابراین مجموعه A دارای عضو می باشد.

۱۴ - باتوجه به نمودار زیر، درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید:



الف) $a \in (A \cup B)$

ب) $A \subseteq C$

ج) $d \in (A \cap B)$

د) $B \not\subseteq A$

ه) $C \cap B = C$

و) $B = C \cup B$

۱۵ - یک تاس و یک سکه را با هم می اندازیم، احتمال اینکه سکه پشت و تاس ۶ بیاید چقدر است؟

۱۶ - اگر $A = \{0, 3, 7, 11\}$ ، $B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$ و $C = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 1\}$ باشند، عضوهای $(A - B) \cup C$ را مشخص کنید.

۱۷ - مجموعه های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) $A = \{-5, -6, -7, \dots\}$

ب) $B = \{4, 8, 12, \dots\}$

۱۸ - جاهای خالی را طوری پر کنید که هر دو مجموعه ساخته شده برابر هم باشند:

$$\left\{ \frac{\sqrt{36}}{12}, \dots, 13, -\sqrt{24} \right\} = \left\{ \frac{26}{2}, -2\sqrt{6}, (-\sqrt{1})^4, \dots \right\}$$



۱۹ - درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید:

- الف) هر عدد گویا عددی حسابی است.
 ب) هر عدد حسابی عددی گویا است.
 ج) هر عدد صحیح عددی گویا است.
 د) بعضی از عددهای گویا، عدد صحیح اند.

۲۰ - در جعبه‌ای ۴ مهره سفید، ۲ مهره آبی و ۶ مهره سیاه وجود دارد. ۱ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم، چه قدر احتمال دارد:

- الف) این مهره سیاه باشد.
 ب) این مهره سفید نباشد.
 ج) این مهره سفید یا آبی باشد.

۲۱ - مجموعه‌های زیر را تشکیل دهید:

- الف) $\mathbb{Z} - \mathbb{Q}$ ب) $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

پاسخنامه تشریحی

۱- درست. هر تاس ۶ حالت دارد. پس در پرتاب دو تاس $n(S) = 6 \times 6 = 36$ است. مجموع اعداد رو شده اگر بخواهد دو رقمی باشد، حالت‌های زیر اتفاق می‌افتد:

(۴, ۶) (۶, ۴) (۵, ۵) (۵, ۶) (۶, ۵) (۶, ۶)

در ۶ حالت بالا، مجموع اعداد رو شده، دو رقمی است. بنابراین احتمال آن برابر است با:

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

۲- با تعیین x تک تک عضوها را به دست می‌آوریم:

$$x = 1, 2, 3, 4 \Rightarrow A = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4} \right\}$$

$$x = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow B = \{2, 4, 8, \dots\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$x = 1, 2, 3, \dots \Rightarrow D = \{3, 8, 13, 18, 23, \dots\}$$

۳- الف) ✓

ب) ✓ (این عبارت همواره صحیح است و بستگی به A و B ندارد.)

ج) × زیرا: $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 6, 10, 7, 8\}$

د) ✓

ه) × زیرا $A - B = \{1, 6, 10\}$ و $B - A = \{7, 8\}$

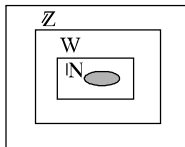
و) × با دقت در مورد (ه) می‌بینیم که $n(A - B) = 3$ و $n(B - A) = 2$ که برابر نیستند.

۴- الف) $\{a, b\}$

ب) $A = \{1, 2, e, 3\}$, e

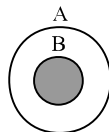
-۵

Q

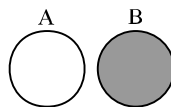


$$\mathbb{N} \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$$

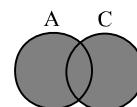
-۶



$$A \cap B = B$$



$$B - A = B$$



$$(A - C) \cup C = A \cup C$$

۷- الف) اجتماع

ب) $A \cup B$

ج) زیرمجموعه

د) A

ه) B



۸- در بحث زیر مجموعه‌ها، بحث بودن یا نبودن است. در واقع هر عضو ۲ حالت دارد: یا هست یا نیست. همین بودن‌ها و نبودن‌ها است که زیرمجموعه‌های تهی، تک عضوی و ... را می‌سازد. پس علت آنکه تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی 2^n است را متوجه شدید.

حال به بررسی سؤال می‌پردازیم، A شش عضو دارد. در بین اعضا می‌خواهیم b در تمام زیر مجموعه‌ها باشد و f در هیچ کدام نباشد:

$$\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & e & f \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 \end{array} \Rightarrow 2^f = 16$$

۹-

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\rightarrow 18 = 8 + n(B) - 2 \rightarrow n(B) = 18 - 8 + 2 = 12$$

- ۱۰

$$B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$D = \{-1, 1\}$$

بنابراین $B = C$

- ۱۱

پاسخ:

$$\left\{ 5 = 5, \frac{-12}{-3} = +4, -\sqrt{25} = -5 \right\}$$

- ۱۲

در هر قسمت دو مجموعه با هم برابر هستند پس تمام عضوهای آن‌ها نیز باید باهم یکسان باشد.

$$\{a, 4, 7\} = \{11, b, 4\} \rightarrow a = 11, b = 7 \quad (\text{الف})$$

$$\{x + y, 7\} = \{11, 3x - 2\} \rightarrow 3x - 2 = 7, x + y = 11 \quad (\text{ب})$$

$$\begin{cases} 3x - 2 = 7 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3 \\ x + y = 11 \xrightarrow{x=3} 3 + y = 11 \rightarrow y = 8 \end{cases}$$

۱۳- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی از رابطه 2^n به دست می‌آید.

$$3^7 = (2^2)^7 = 2^{14} \Rightarrow 14 \text{ عضو دارد}$$

۱۴- الف) نادرست است، زیرا: $a \notin A$ و $a \notin B$ بنابراین $a \notin A \cup B$

ب) درست، همه اعضای A داخل C وجود دارد.

$$A \cap C = \{b, c, d\} = A \Rightarrow d \in A \cap C \quad (\text{ج درست زیرا:})$$

د) درست. چون همه اعضای B در A وجود ندارد.

ه) نادرست. چون $B \subseteq C$ بنابراین $C \cap B = B$

و) نادرست. چون $B \subseteq C$ بنابراین $C \cup B = C$

۱۵- سکه دو حالت دارد (پشت و رو) و تاس ۶ حالت دارد (اعداد ۱ تا ۶) به این ترتیب داریم:

$$n(S) = 2 \times 6 = 12$$

پس احتمال آنکه سکه پشت و تاس ۶ بیاید، برابر $\frac{1}{12}$ است.

۱۶- ابتدا مجموعه‌های A ، B و C را با عضوهایشان مشخص می‌کنیم.

$$A = \{0, 3, 7, 11\}$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$C = \{-1, 1, 3\}$$

حالا عضوهای $A - B$ را مشخص می‌کنیم:



$$A - B = \{7, 11\}$$

به این ترتیب داریم:

$$(A - B) \cup C = \{-1, 1, 3, 7, 11\}$$

- ۱۷

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq -5\} \quad \text{یا} \quad A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < -4\} \quad (\text{الف})$$

$$B = \{4x \mid x \in \mathbb{N}\} \quad (\text{ب})$$

- ۱۸

$$\frac{\sqrt{36}}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$-\sqrt{24} = -\sqrt{4 \times 6} = -2\sqrt{6}$$

$$\frac{26}{2} = 13$$

$$(-\sqrt{1})^4 = 1$$

باتوجه به تساوی‌های فوق جاهای خالی را پر می‌کنیم:

$$\left\{ \frac{\sqrt{36}}{12}, \frac{1}{2}, 13, -\sqrt{24} \right\} = \left\{ \frac{26}{2}, -2\sqrt{6}, (-\sqrt{1})^4, \frac{1}{2} \right\}$$

۱۹- الف) نادرست، مثلاً عدد گویای $-\frac{1}{3}$ را در نظر بگیرید، $-\frac{1}{3}$ عددی حسابی نیست.ب) درست، هر عدد حسابی a را می‌توان به صورت $\frac{a}{1}$ (با دادن مخرج ۱، به آن) نوشت. $\frac{a}{1} \in \mathbb{Q}$

ج) درست، با دادن مخرج ۱، به هر عدد صحیح، این عبارت به وضوح درست است.

د) درست، عددهای گویایی که مخرج آن‌ها ۱ است همگی عدد صحیح هستند.

- ۲۰

سفید	آبی	سیاه		
↓	↓	↓		

تعداد کل مهره‌ها: $4 + 2 + 6 = 12$

(الف)

$$P(A) = \frac{\text{تعداد مهره‌های سیاه}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

سیاه بودن مهره:

ب) برای حل این قسمت می‌توان به دو روش عمل کرد:

احتمال اینکه مهره سفید باشد $1 -$ احتمال اینکه مهره سفید نباشد: روش اول

$$= 1 - \frac{4}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$P(B) = \frac{\text{تعداد مهره‌های آبی} + \text{تعداد مهره‌های سیاه}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{6 + 2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

مهره سفید نباشد: روش دوم

(ج)

$$P(C) = \frac{\text{تعداد مهره‌های سفید} + \text{تعداد مهره‌های آبی}}{\text{تعداد کل مهره‌ها}} = \frac{2 + 4}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

مهره سفید یا آبی باشد

۲۱- الف) هر عدد صحیح، گویاست بنابراین $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$ و اگر از مجموعه اعداد صحیح آن عضوهایی که گویا هستند را برداریم و حذف کنیم، در واقع کل اعداد صحیح

$$\mathbb{Z} - \mathbb{Q} = \emptyset \quad \text{مجموعه تهی است.}$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\} \quad (\text{ب})$$